https://mathproblemsbank.net/
support@mathproblemsbank.net

Условие:

Найти общее решение линейной однородной системы дифференциальных уравнений:

$\begin{cases} \dot{x} = -y \\ \dot{y} = x \end{cases}$.

Решение:

$\left.\begin{cases} \dot{x} = -y \\ \dot{y} = x \end{cases}\right|$ $\Rightarrow$ продифференцируем $1-$ое уравнение $\Rightarrow \ddot{x} = -\dot{y} = -x \Rightarrow \ddot{x} + x = 0$, характеристическое уравнение будет: $\lambda^2 + 1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = i, \lambda_2 = -i \Rightarrow$ общее решение системы будет:

$x = C_1 \cos t + C_2 \sin t, \Rightarrow y = -\dot{x} = -C_2 \cos t + C_1 \sin t$.

(при $\lambda_1 = i, \lambda_2 = -i$ общее решение $\ddot{x} + x = 0$ будет $X = C_1 e^{it} + C_2 e^{-it}$, где C_1, C_2 произвольные

комплексные числа, подставив $e^{it} = \cos t + i \sin t, e^{-it} = \cos t - i \sin t$, из общего решения отделяем вещественную часть, вид которой и будет $C_1 \cos t + C_2 \sin t$).

Ответ: $x = C_1 \cos t + C_2 \sin t, y = -C_2 \cos t + C_1 \sin t$.