



Условие:

Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

$$y' \sin^2 5x - y^2 + 5 = 0.$$

Решение:

Это уравнение с разделяющимися переменными

$$\Rightarrow \frac{dy}{y^2 + 5} = \frac{dx}{\sin^2 5x}, \text{ интегрируем, } \int \frac{dy}{y^2 + 5} = \int \frac{dx}{\sin^2 5x}, \frac{1}{\sqrt{5}} \tan^{-1} \left(\frac{y}{\sqrt{5}} \right) = -\frac{1}{5} \cdot \cot 5x + C, \text{ где } C -$$

произвольная постоянная $\Rightarrow$ получаем общее решение исходного уравнения:

$$\boxed{y = \sqrt{5} \cdot \tan \left(-\frac{1}{\sqrt{5}} \cot 5x + C \right)} \quad (\text{переименовали } \sqrt{5}C \text{ через } C).$$