



Условие:

Найти общее решение дифференциального уравнения высшего порядка:

$$y^{(4)} = \cos 5x.$$

Решение:

$$y^{(4)} = \cos 5x, \Rightarrow y^{(3)} = \int \cos 5x \, dx = \frac{1}{5} \sin 5x + C_1,$$

$$y^{(2)} = \int \left(\frac{1}{5} \sin 5x + C_1 \right) dx = -\frac{1}{25} \cos 5x + C_1 x + C_2,$$

$$y' = \int \left(-\frac{1}{25} \cos 5x + C_1 x + C_2 \right) dx = -\frac{1}{125} \sin 5x + \frac{C_1}{2} x^2 + C_2 x + C_3,$$

$$y = \int \left(-\frac{1}{125} \sin 5x + \frac{C_1}{2} x^2 + C_2 x + C_3 \right) dx = \frac{1}{625} \cos 5x + \frac{C_1}{6} x^3 + \frac{C_2}{2} x^2 + C_3 x + C_4 \Rightarrow$$

общее решение исходного уравнения будет:

$$y(x) = \frac{\cos 5x}{625} + C_1 x^3 + C_2 x^2 + C_3 x + C_4, \text{ где } C_1, C_2, C_3, C_4 - \text{произвольные постоянные.}$$