



Условие:

При каких значениях λ следующая квадратичная форма является положительно определенной:

$$f = 5x_1^2 + x_2^2 + \lambda x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3.$$

Решение:

Составляем матрицу этой квадратичной формы:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & \lambda \end{pmatrix}$$

По критерию Сильвестра квадратичная форма $f(x_1, x_2, x_3)$ является положительно определенной тогда и только тогда, когда все главные миноры ее матрицы A положительны $\Rightarrow$ имеем:

$$\Delta_1 = |5| = 5 > 0, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 > 0, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & \lambda \end{vmatrix} = \lambda - 2 > 0 \Rightarrow \lambda > 2.$$

Ответ: $\lambda \in (2, +\infty)$.