



Условие:

Доказать утверждение методом математической индукции: $(n^5 - n)$ кратно 5 для всех натуральных n .

Решение:

Методом математической индукции докажем, что $(n^5 - n) : 5$, при любом $n \in \mathbb{N}$.

($a : b$ — означает a делится на b).

а) Проверяем верность утверждения при $n = 1$.

$$1^5 - 1 = 0 : 5 \Rightarrow \text{утверждение верно.}$$

б) Пусть утверждение верно при $n = k$. Докажем его справедливость при $n = k + 1$.

$$\text{Имеем } (k^5 - k) : 5, \Rightarrow (k + 1)^5 - (k + 1) = k^5 + 5k^4 + 10k^3 + 10k^2 + 5k + 1 - k - 1 = k^5 - k +$$

$$+5(k^4 + 2k^3 + 2k^2 + k) : 5, \text{ так-как } (k^5 - k) : 5 \Rightarrow ((k + 1)^5 - (k + 1)) : 5 \Rightarrow \text{утверждение } (n^5 - n) : 5 \\ \text{верно при любом } n \in \mathbb{N}.$$