



Условие:

Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$x\sqrt{4+y^2}dx + y\sqrt{1+x^2}dy = 0.$$

Решение:

Это уравнение с разделяющимися переменными:

$$\frac{ydy}{\sqrt{4+y^2}} = -\frac{xdx}{\sqrt{1+x^2}}, \Rightarrow \text{проинтегрируем, } \int \frac{ydy}{\sqrt{4+y^2}} = -\int \frac{xdx}{\sqrt{1+x^2}},$$

$$\frac{1}{2} \int \frac{dy^2}{\sqrt{4+y^2}} = -\frac{1}{2} \int \frac{dx^2}{\sqrt{1+x^2}}, \quad \sqrt{4+y^2} = -\sqrt{1+x^2} + C, \quad \text{где } C - \text{произвольная постоянная.}$$

Получили общий интеграл уравнения: $\sqrt{4+y^2} + \sqrt{1+x^2} = C$, или же в явном виде имеем:

$$y^2 = (C - \sqrt{1+x^2})^2 - 4.$$

Ответ: $\sqrt{4+y^2} + \sqrt{1+x^2} = C$.