



Условие:

При каких значениях параметра a уравнение $-4a + 4|a - x| + 51 = 11x - x^2$ имеет хотя бы одно решение на интервале $(6; 9)$?

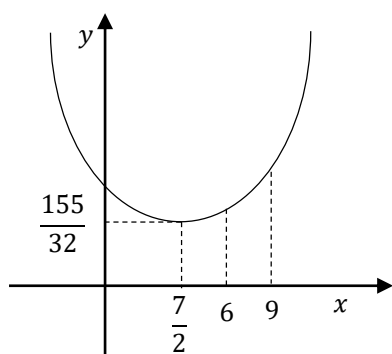
Решение:

При $a \geq x \Rightarrow -4a + 4(a - x) + 51 = 11x - x^2 \Rightarrow x^2 - 15x + 51 = 0 \Rightarrow$

$$x_1 = \frac{15 + \sqrt{21}}{2} > 9 \quad (21 > 9), \quad x_2 = \frac{15 - \sqrt{21}}{2} < 6 \quad (9 < 21) \Rightarrow$$

при $x \leq a$ уравнение не имеет решений в $(6; 9) \Rightarrow x > a \Rightarrow -4a + 4(x - a) + 51 = 11x - x^2 \Rightarrow$

$$a = \frac{x^2 - 7x + 51}{8}, \text{ график } y = \frac{x^2 - 7x + 51}{8} \text{ есть парабола: } y = \frac{1}{8}\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{155}{32} \Rightarrow$$



исходное уравнение будет иметь хотя бы один корень в $(6; 9)$ только если

$$a > \frac{6^2 - 7 \cdot 6 + 51}{8} = \frac{45}{8} \text{ и } a < \frac{9^2 - 7 \cdot 9 + 51}{8} = \frac{69}{8} \Rightarrow \frac{45}{8} < a < \frac{69}{8}.$$

Ответ: $a \in \left(\frac{45}{8}; \frac{69}{8}\right)$.