



Условие:

Операционным методом решить задачу Коши:

$$y'' - 5y' + 6y = 6t - 5, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 3.$$

Решение

Применяя к обеим частям уравнения преобразование Лапласа, переходим к изображениям: пусть $y(t) \doteq Y(p) \Rightarrow$ по теореме о дифференцировании оригинала $\Rightarrow y'(t) \doteq pY(p) - y(0) = pY(p) - 1$, $y''(t) \doteq p^2Y(p) - py(0) - y'(0) = p^2Y(p) - p - 3$, из таблицы оригиналов-изображений видим:

$$t \doteq \frac{1}{p^2}, 1 \doteq \frac{1}{p} \Rightarrow \text{получаем: } p^2Y(p) - p - 3 - 5pY(p) + 5 + 6Y(p) = \frac{6}{p^2} - \frac{5}{p} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y(p) = \frac{1}{p^2 - 5p + 6} \left(p - 2 + \frac{6}{p^2} - \frac{5}{p} \right) = \frac{p^3 - 2p^2 - 5p + 6}{p^2(p-2)(p-3)} = \frac{p^3 - 3p^2 + p^2 - 5p + 6}{p^2(p-2)(p-3)} =$$

$$= \frac{p^2(p-3)}{p^2(p-3)(p-2)} + \frac{1}{p^2} = \frac{1}{p-2} + \frac{1}{p^2} \Rightarrow (*) Y(p) = \frac{1}{p-2} + \frac{1}{p^2},$$

из таблицы оригиналов-изображений видим:

$$e^{2t} \doteq \frac{1}{p-2}, \quad t \doteq \frac{1}{p^2} \Rightarrow \text{в } (*) \text{ перейдя к оригиналам, получаем искомое решение исходной задачи:}$$

$$\boxed{y(t) = e^{2t} + t}.$$