



Условие:

Доказать равенства, используя свойства операций над множествами и определения операций.

$$C \subseteq D \Rightarrow A \times C \subseteq B \times D.$$

Решение:

$$A \times C = \{(a, c) \mid a \in A, c \in C\}$$

$$B \times D = \{(b, d) \mid b \in B, d \in D\}$$

Известно только $C \subseteq D$, из $C \subseteq D$ не влечет $A \times C \subseteq B \times D$, то есть равенство будет справедливо, если так же $A \subseteq B$.

Докажем на примере, что утверждение $C \subseteq D \Rightarrow A \times C \subseteq B \times D$ неверно.

Пусть даны множества $C = \{1, 2\}$, $D = \{1, 2, 3, 4\}$, где $C \subseteq D$

$A = \{1, 3, 5, 6\}$, $B = \{3, 7\}$, где $A \not\subseteq B$

$$A \times C = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (2, 6)\}$$

$$B \times D = \{(1, 3), (1, 7), (2, 3), (2, 7), (3, 3), (3, 7), (4, 3), (4, 7)\}$$

Таким образом, из примера видно, что $(1, 1) \notin B \times D \Rightarrow A \times C \not\subseteq B \times D$ при условии, что $C \subseteq D$.