



Условие:

Найти вычеты:

$$\operatorname{Res}_{-3} \frac{z+2}{z(z+3)^2}.$$

Решение:

$$f(z) = \frac{z+2}{z(z+3)^2}, f(z) \xrightarrow{z \rightarrow -3} \infty, (z+3)f(z) = \frac{z+2}{z(z+3)} \xrightarrow{z \rightarrow -3} \infty, (z+3)^2 \cdot f(z) = \frac{z+2}{z} \xrightarrow{z \rightarrow -3} \frac{1}{3} \neq \infty, \Rightarrow$$

$\Rightarrow z_0 = -3$ — полюс 2-ого порядка для $f(z) \Rightarrow$ вычет в ней будет:

$$\operatorname{Res}_{-3} f(z) = \lim_{z \rightarrow -3} ((z+3)^2 \cdot f(z))' = \lim_{z \rightarrow -3} \left(\frac{z+2}{z} \right)' = \lim_{z \rightarrow -3} \frac{z - z - 2}{z^2} = -\frac{2}{9}.$$

Ответ: $-2/9$.