



Условие:

Пусть множество $A \subset \mathbb{R}$ – открытое, а $B \subset \mathbb{R}$ – замкнутое. Доказать, что множество $A \setminus B$ – открытое, а $B \setminus A$ – замкнутое.

Решение:

Из свойств операций над множествами $\Rightarrow A \setminus B = A \cap \bar{B}$.

По определению замкнутого множества B – замкнуто $\Rightarrow \bar{B}$ – открыто, а пересечение конечного числа открытых множеств открыто $\Rightarrow A \cap \bar{B}$ – открыто $\Rightarrow A \setminus B$ – открыто.

Из свойств операций над множествами $\Rightarrow \overline{B \setminus A} = \overline{B \cap \bar{A}} = \bar{B} \cap \bar{\bar{A}} = \bar{B} \cap A$, B – замкнуто $\Rightarrow \bar{B}$ – открыто, A – открыто $\Rightarrow \bar{B} \cap A$ – открыто $\Rightarrow \overline{B \setminus A}$ – открыто $\Rightarrow B \setminus A$ – замкнуто по определению.