



Условие:

Используя теорему о вложенных промежутках, доказать несчётность отрезка.

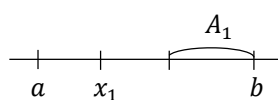
Решение:

Докажем несчётность отрезка, используя теорему о вложенных промежутках.

Докажем, что отрезок $[a, b]$ не является счетным.

Докажем от противного. Пусть $[a, b]$ счетно $\Rightarrow$ равномощно $\mathbb{N} \Rightarrow$ его точки можно пронумеровать:
 $x_1, x_2, x_3, \dots$

Разделим $[a, b]$ на 3 равных частей. Выберем ту часть, которая не содержит x_1 (на границе тоже). Обозначим этот отрезок через A_1 .



Аналогично делим A_1 на 3 равные части и берем ту, которая не содержит x_2 , и так далее. Получаем бесконечную последовательность вложенных отрезков $A_1 \supset A_2 \supset \dots \supset A_n \supset \dots \Rightarrow$ по теореме о вложенных промежутках $\Rightarrow \exists c \in A_n$, $n = 1, 2, \dots$ а значит $c \neq x_k, \forall k = 1, 2, 3, \dots$ но тогда $c \notin [a, b]$, получим противоречие $\Rightarrow [a, b]$ несчетно.