



Условие:

Задано бинарное отношение P ; найти его область определения и область значений. Проверить по определению, является ли отношение P рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным. $P \subseteq \mathbb{Z}^2, P = \{(x, y) \mid (x + 2 \cdot y) \text{ кратно } 2\}$.

Решение:

Область определения P :

$\delta_P = \{x \in \mathbb{Z} \mid \exists y \in \mathbb{Z}, xPy\}, \Rightarrow \delta_P = \{2k \mid k \in \mathbb{Z}\}$, так-как $2y$ делится на 2 при всех целых y .

Область значений P :

$\rho_P = \{y \in \mathbb{Z} \mid \exists x \in \mathbb{Z}, xPy\}, \Rightarrow \rho_P = \mathbb{Z}, x + 2x = 3x$ не делится на 2 при нечетных $x \Rightarrow P$ – не рефлексивно.

Видим, что $(2, 1) \in P$, но $(1, 2) \notin P \Rightarrow P$ – не симметрично.

Видим, что $(2, 4) \in P, (4, 2) \in P$, но $2 \neq 4 \Rightarrow P$ – не антисимметрично.

Из $(x, y) \in P, (y, z) \in P \Rightarrow (x + 2y)$ и $(y + 2z)$ четны $\Rightarrow x$ четно $\Rightarrow x + 2z$ так же будет четно $\Rightarrow (x, z) \in P \Rightarrow P$ – транзитивно.