



Условие:

Доказать утверждение методом математической индукции:
 $(8^n - 1)$ кратно 7 для всех натуральных $n \geq 1$.

Решение:

Докажем утверждение индукцией по n .

1) Пусть $n = 1$, тогда $8^1 - 1 = 7$.

Но 7 делится на 7, значит при $n = 1$ утверждение верно.

2) Предположим, что $(8^k - 1)$ делится на 7 без остатка.

Докажем, что в таком случае при $n = k + 1$ $(8^{k+1} - 1)$ делится на 7 без остатка.

$8^{k+1} - 1 = 8 \cdot 8^k - 8 + 7 = 8 \cdot (8^k - 1) + 7$ делится на 7, т.к. первое ее слагаемое делится на 7 по предположению. Значит по индукции выражение кратно 7 при любом натуральном n .

Утверждение доказано.