



Условие:

Доказать утверждение методом математической индукции:

$$(n^3 + 11n) : 6, \text{ для всех натуральных } n \geq 1.$$

Решение:

Докажем методом математической индукции по  $n$ .

а) проверим верность утверждения для  $n = 1 \Rightarrow 1^3 + 11 \cdot 1 = 12 : 6$ , утверждение верно ( $a : b$  означает, что  $a$  делится на  $b$ , где  $a, b \in \mathbb{Z}$ ).

б) пусть утверждение верно для  $n = k$ . Докажем, что оно верно и при  $n = k + 1$ . Имеем  $(k^3 + 11k) : 6 \Rightarrow (k + 1)^3 + 11(k + 1) = k^3 + 11k + 3k^2 + 3k + 12$ , но  $(k^3 + 11k) : 6, 12 : 6, 3k^2 + 3k = 3k(k + 1) : 6$ , так как одно из двух последовательных натуральных чисел чётно,  $\Rightarrow k(k + 1) : 2 \Rightarrow 3k(k + 1) : 6 \Rightarrow ((k + 1)^3 + 11(k + 1)) : 6 \Rightarrow$  утверждение верно при любом натуральном  $n \geq 1$ .