



Условие:

Найти значение определенного интеграла:

$$\int_{\ln 3}^{\ln 8} \frac{dx}{\sqrt{e^x + 1}}.$$

Решение:

$$\int_{\ln 3}^{\ln 8} \frac{dx}{\sqrt{e^x + 1}} = \int_2^3 \frac{1}{y} \cdot \frac{2y}{y^2 - 1} dy = 2 \int_2^3 \frac{dy}{y^2 - 1} =$$

$\begin{aligned} \sqrt{e^x + 1} = y, \quad e^x = y^2 - 1, \quad x = \ln(y^2 - 1), \quad dx = \frac{2y}{y^2 - 1} dy, \Rightarrow \\ x \in [\ln 3, \ln 8], \quad e^x \in [3, 8], \quad y^2 = e^x + 1, \quad y \in [2, 3] \end{aligned}$

$$= \int_2^3 \frac{(y + 1) - (y - 1)}{y^2 - 1} dy = \int_2^3 \frac{dy}{y - 1} - \int_2^3 \frac{dy}{y + 1} = \ln|y - 1| \Big|_2^3 - \ln|y + 1| \Big|_2^3 =$$

$$= \ln 2 - \ln 1 - \ln 4 + \ln 3 = \ln 2 - 2 \ln 2 + \ln 3 = \ln 3 - \ln 2 = \ln \frac{3}{2}.$$

Ответ: $\ln(3/2)$.