



Условие:

Найти значение определенного интеграла:

$$\int_0^{\sqrt{5}} \sqrt{15 - 3x^2} dx.$$

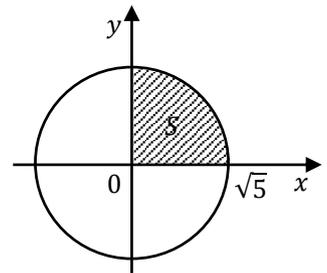
Решение:

Этот интеграл равен площади фигуры, ограниченной прямыми $x = 0, x = \sqrt{5}, y = 0$ и кривой $y = \sqrt{15 - 3x^2}$.

$$y^2 = 15 - 3x^2, \quad \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{15} = 1,$$

это эллипс с полуосями $a = \sqrt{5}, b = \sqrt{15}$, площадь эллипса равна $\pi ab \Rightarrow$

$$\Rightarrow \int_0^{\sqrt{5}} \sqrt{15 - 3x^2} dx = S = \frac{\pi ab}{4} = \frac{\sqrt{5}\sqrt{15}\pi}{4} = \frac{5\sqrt{3}}{4}\pi.$$



Ответ: $\frac{5\sqrt{3}}{4}\pi$.