Условие:

Доказать иррациональность числа $\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

Решение:

Докажем от противного. Пусть $\sqrt{3}-\sqrt{2} \in \mathbb{Q}, \Rightarrow$ $\sqrt{3}-\sqrt{2}=\frac{m}{n}$, где $m \in \mathbb{Z},\ n \in \mathbb{N}$, и $(m,n)=1$, $\Rightarrow \left(\sqrt{3}-\right.$ $\left.-\sqrt{2}\right)^2=m^2/n^2$, обозначим $a=m^2, b=n^2 \Rightarrow a \geq 0, b>0 \Rightarrow 3-2\sqrt{6}+2=a/b \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(5-\frac{a}{b}\right)^2=\left(2\sqrt{6}\right)^2 \Rightarrow (5b-a)^2=24b^2 \Rightarrow (5b-a)^2 \,\vdots\, b^2 \Rightarrow (5b-a) \,\vdots\, b \Rightarrow a \,\vdots\, b$, но $(m,n)=1 \Rightarrow$

$\Rightarrow (m^2,n^2)=1$, т. е. $(a,b)=1 \Rightarrow b=1 \Rightarrow (5-a)^2=24, |5-a|=\sqrt{24}$, но $\sqrt{24} \notin \mathbb{Q}$.

Утверждение доказано.