



Условие:

Разложить функцию $f(x) = e^{2x}$ в степенной ряд в окрестности точки $x_0 = 3$.

Решение:

$f(x) = e^{2x}$ найдём разложение f в окрестности точки $x_0 = 3$:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + \cdots, \quad f^{(n)}(x_0) = 2^n e^{2x_0} = 2^n e^6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e^{2x} = e^6 + \frac{2e^6}{1!}(x - 3) + \frac{2^2 e^6}{2!}(x - 3)^2 + \cdots + \frac{2^n e^6}{n!}(x - 3)^n + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n e^6}{n!}(x - 3)^n,$$

Получили разложение $f(x)$ по степеням $(x - 3)$.