



Условие:

Вычислить интеграл:

$$\int_{-2\pi}^{2\pi} \sin^3 2x \sqrt{100 - x^2} dx.$$

Решение:

Замечаем, что подинтегральная функция  $f(x) = \sin^3 2x \sqrt{1 - x^2}$  нечётная, так-как  $f(-x) = \sin^3(-2x) \sqrt{1 - (-x)^2} = (-\sin 2x)^3 \sqrt{1 - x^2} = -\sin^3 2x \sqrt{1 - x^2} = -f(x) \Rightarrow f(-x) = -f(x)$ .

Но для нечётной функции имеем:

$$\begin{aligned} \int_{-2\pi}^{2\pi} f(x) dx &= 0, \text{ так - как } \int_{-2\pi}^{2\pi} f(x) dx = \int_{-2\pi}^0 f(x) dx + \int_0^{2\pi} f(x) dx = \boxed{\text{замена } y = -x} = \\ &= \int_{-2\pi}^0 f(-y) d(-y) + \int_0^{2\pi} f(x) dx = -\int_0^{2\pi} f(y) dy + \int_0^{2\pi} f(x) dx = 0 \Rightarrow \int_{-2\pi}^{2\pi} \sin^3 2x \sqrt{100 - x^2} dx = 0. \end{aligned}$$

Ответ: 0.