



Условие:

Доказать соотношение $X \times Y = A \times B \Leftrightarrow X = A, Y = B$.

Решение:

а) Необходимость: докажем, что $X \times Y = A \times B \Rightarrow X = A, Y = B$. Возьмем любой элемент из

$X \times Y$: $\forall x \in X, \forall y \in Y \Rightarrow (x, y) \in X \times Y = A \times B \Rightarrow (x, y) \in A \times B \Rightarrow x \in A, y \in B, \Rightarrow \forall x \in X, \forall y \in Y, \Rightarrow$
 $\Rightarrow x \in A, y \in B \Rightarrow X \subseteq A, Y \subseteq B$. Аналогично возьмем $\forall a \in A, \forall b \in B \Rightarrow (a, b) \in A \times B = X \times Y \Rightarrow$
 $\Rightarrow (a, b) \in X \times Y \Rightarrow a \in X, b \in Y \Rightarrow$ из $a \in A, b \in B \Rightarrow a \in X, b \in Y \Rightarrow A \subseteq X, B \subseteq Y$.

Получили $X \subseteq A \subseteq X, Y \subseteq B \subseteq Y \Rightarrow X = A, Y = B$.

б) Достаточность очевидна: $X = A, Y = B \Rightarrow X \times Y = A \times B. \Rightarrow X \times Y = A \times B \Leftrightarrow X = A, Y = B$.