



Условие:

Решить неравенство по методу мажорант:

$$\cos x - y^2 - \sqrt{y - x^2 - 1} \geq 0.$$

Решение:

$$\cos x - y^2 - \sqrt{y - x^2 - 1} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{y - x^2 - 1} \leq \cos x - y^2, \quad y - x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow y \geq x^2 + 1 \geq 1,$$

с другой стороны $\sqrt{y - x^2 - 1} \geq 0 \Rightarrow \cos x - y^2 \geq 0 \Rightarrow \cos x \geq y^2 \geq 1$ ($y \geq 1$), но $\cos x \leq 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 1 \geq \cos x \geq y^2 \geq 1 \Rightarrow 1 = y^2 = \cos x, y \geq 1 \Rightarrow y = 1, \cos x = 1 \Rightarrow x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z},$$

но $y \geq x^2 + 1 \Rightarrow 1 \geq x^2 + 1 \Rightarrow x^2 \leq 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow$ получили единственное решение неравенства:

$$x = 0, y = 1.$$

Ответ: $x = 0, y = 1$.