



Условие:

Решить неравенство по методу мажорант:

$$-|y| + x - \sqrt{x^2 + y^2 - 1} \geq 1.$$

Решение:

$$-|y| + x - \sqrt{x^2 + y^2 - 1} \geq 1 \Rightarrow (*) \ x - 1 - |y| \geq \sqrt{x^2 + y^2 - 1} \geq 0 \Rightarrow x - 1 - |y| \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \geq 1 + |y| (**) \Rightarrow \text{в этом случае } x^2 + y^2 \geq x^2 \geq 1.$$

Теперь обе части (*) вознесем в квадрат (обе части неотрицательны) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow x^2 + 1 + y^2 - 2x + 2|y| - 2x|y| \geq x^2 + y^2 - 1 \Rightarrow 1 \geq x - |y| + x|y|, \Rightarrow x - 1 - |y| \leq -x|y|,$$

но из (**) имеем $x - 1 - |y| \geq 0$, причем $x \geq 1 \Rightarrow -x|y| \geq x - 1 - |y| \geq 0 \Rightarrow x|y| \leq 0, x \geq 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow |y| \leq 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x \geq 1, \text{ и очевидно в этом случае } x - \sqrt{x^2 - 1} \geq 1, \text{ ибо } (x - 1)^2 \geq x^2 - 1.$$

Значит решением неравенства будут точки $(x, y): \begin{cases} y = 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$.

Ответ: $\{ (x, 0) \mid x \geq 1 \}$.