https://mathproblemsbank.net/
support@mathproblemsbank.net

Условие:

Решить неравенство по методу мажорант:

$\log_{\frac{1}{2}}(x+1)+\cos^{-1}(x+y^2)\le -1.$

Решение:

Из определения логарифма и арккосинуса $\Rightarrow \begin{cases} x+1>0 \\ -1\le x+y^2\le 1 \end{cases}.$

Так-же имеем область значений арккосинуса:

$-[0;\pi], \Rightarrow\ \cos^{-1}(x+y^2)\ge \log_{\frac{1}{2}}(x+1)\Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x+1)\le -1,\qquad \frac{1}{2}<1\Rightarrow x+1\ge\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}=2$

(показательная функция a^x убывает при $a<1$), $\Rightarrow x\ge 10$. С другой стороны $1\ge x+y^2\ge 1+y^2\Rightarrow$

$\Rightarrow y^2\le 0\Rightarrow y=0, 1\le x\le 1\Rightarrow x=1,\Rightarrow\ \log_{\frac{1}{2}}(x+1)+\cos^{-1}(x+y^2)=\log_{\frac{1}{2}}2+\cos^{-1}1=-1+0=-1.$

Получили единственное решение: $x=1,\ \ y=0.$

Ответ: $x=1,\ \ y=0.$