



Условие:

Решить иррациональное уравнение:

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = \sqrt{x+34} - \sqrt{x+7}.$$

Решение:

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = \sqrt{x+34} - \sqrt{x+7} \Rightarrow (x \geq -7) \Rightarrow \sqrt{x+2} + \sqrt{x+7} = \sqrt{x+37} - \sqrt{x-1},$$

$$\text{возведем в квадрат} \Rightarrow x+7 + x+2 + 2\sqrt{(x+2)(x+7)} = x+34 + x-1 - 2\sqrt{(x+34)(x-1)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x+34)(x-1)} = 12 - \sqrt{(x+2)(x+7)},$$

$$\text{возведем в квадрат еще раз} \Rightarrow (x+34)(x-1) = 144 - 24\sqrt{(x+2)(x+7)} + (x+2)(x+7) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 24\sqrt{(x+2)(x+7)} = 144 + x^2 + 94 + 14 - x^2 - 33x + 34, \Rightarrow \sqrt{(x+2)(x+7)} = -x + 8,$$

$$\text{возведем в квадрат 3-й раз} \Rightarrow (x+2)(x+7) = (-x+8)^2 \Rightarrow x^2 + 9x + 14 = x^2 - 16 + 64 \Rightarrow x = 2.$$

Теперь делаем проверку: $\sqrt{1} + \sqrt{4} = \sqrt{36} - \sqrt{9}$ верно.

Ответ: $x = 2$.