



Условие:

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых

- 1) уравнение $ax^2 + x + 17 = 0$ имеет ровно один корень;
- 2) уравнение $ax^2 + (5 - 3a)x - a = 0$ имеет два корня разных знаков.

Решение:

- 1) Если $a = 0 \Rightarrow x = -17$ единственный корень. Если же $a \neq 0$, оба корня уравнения равны $\Rightarrow$

$$D = 1 - 4 \cdot 17 \cdot a = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{4 \cdot 17} = \frac{1}{68} \Rightarrow \frac{x^2}{68} + x + 17 = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = -34.$$

- 2) $ax^2 + (5 - 3a)x - a = 0$ имеет два корня разных знаков, пусть это $x_1 < 0, x_2 > 0. \Rightarrow$

$$\Rightarrow x_1 x_2 = -\frac{a}{a} = -1 < 0, \text{ т. е. при } a \neq 0 \text{ и } D = (5 - 3a)^2 + 4a^2 > 0 \text{ оба корня уравнения действительны}$$

и один положительный, другой отрицательный (это влечет из $x_1 \cdot x_2 < 0$).

Ответ: 1) $a = 0, a = \frac{1}{68}$, 2) $a \neq 0$.