



Условие:

Для каждого значения параметра a определите количество корней уравнения

$$ax^2 + (a + 1)^2x + a + 2 = 0.$$

Решение:

Для каждого параметра a найдем число корней уравнения.

$$\text{Дискриминант } D = (a + 1)^4 - 4a(a + 2) = (a + 1)^4 - 4(a + 1)^2 + 4 = ((a + 1)^2 - 2)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D = ((a + 1)^2 - 2)^2 \geq 0 \text{ при всех } a \in \mathbb{R} \Rightarrow \text{уравнение при любом } a \in \mathbb{R} \text{ имеет корень. При } D = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a + 1)^2 - 2 = 0 \Rightarrow a = \pm\sqrt{2} - 1, \text{ в этом случае уравнение имеет всего один корень.}$$

При $D > 0 \Rightarrow (a + 1)^2 - 2 \neq 0 \Rightarrow a \in (-\infty; -\sqrt{2} - 1) \cup (-\sqrt{2} - 1; \sqrt{2} - 1) \cup (\sqrt{2} - 1; +\infty) \Rightarrow$ уравнение имеет два корня.

Ответ: имеет 1 корень при $a = -\sqrt{2} - 1, a = \sqrt{2} - 1,$

имеет 2 корня при $a \in (-\infty; -\sqrt{2} - 1) \cup (-\sqrt{2} - 1; \sqrt{2} - 1) \cup (\sqrt{2} - 1; +\infty).$