



Условие:

Найти все значения a , при каждом из которых сумма квадратов действительных корней уравнения $x^2 - ax + a - 2 = 0$ минимальна.

Решение:

$x^2 - ax + a - 2 = 0$. Пусть x_1, x_2 — корни уравнения. Если уравнение имеет действительный корень $\Rightarrow$ дискриминант $D \geq 0$, а значит 2-ой корень так-же действительный.

По формулам Виета имеем:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = a \\ x_1 x_2 = a - 2 \end{cases} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = a^2 - 2(a - 2) = (a - 1)^2 + 3 \geq 3,$$

так — как $(a - 1)^2 \geq 0 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 3$ при $(a - 1)^2 = 0 \Rightarrow a = 1$, и действительно в этом случае $D = a^2 - 4(a - 2) = 5 > 0 \Rightarrow$ оба корня действительны.

Ответ: $a = 1$, $\min(x_1^2 + x_2^2) = 3$.