



Условие:

Решить для всех значений параметра:

$$\frac{x-5}{x-1} - \frac{2}{k} = \frac{3}{k(x-1)}.$$

Решение:

$$\frac{x-5}{x-1} - \frac{2}{k} = \frac{3}{k(x-1)} \Rightarrow \frac{x-5}{x-1} - \frac{2}{k} - \frac{3}{k(x-1)} = 0, \quad \frac{(x-5)k - 2(x-1) - 3}{(x-1)k} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{xk - 5k - 2x + 2 - 3}{k(x-1)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} (k-2)x - 5k - 1 = 0 \\ k \neq 0 \\ k \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (k-2)x = 5k + 1 \\ k \neq 0 \\ k \neq 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ при $k = 2 \Rightarrow 5k + 1 \neq 0 \Rightarrow 0 \neq 11 \Rightarrow$ решений нету, при $k \neq 2 \Rightarrow$ единственное решение $x = \frac{5k+1}{k-2}$,

$$\text{но } x \neq 1 \Rightarrow \frac{5k+1}{k-2} \neq 1 \Rightarrow k \neq -\frac{3}{4}.$$

Ответ: $k \in \left\{0; 2; -\frac{3}{4}\right\} \Rightarrow$ решений нет,

$$k \notin \left\{0; 2; -\frac{3}{4}\right\} \Rightarrow x = \frac{5k+1}{k-2}.$$