



Условие:

Найти область сходимости ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{2^n}.$$

Решение:

Воспользуемся признаком Даламбера:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{(n+1)x^{n+1}}{2^{n+1}} \frac{2^n}{nx^n} \right| = |x| \frac{1}{2} \frac{n+1}{n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} |x| \Rightarrow \text{при } \frac{|x|}{2} < 1 \text{ ряд сходится абсолютно} \Rightarrow$$

$x \in (-2; 2)$, при $\frac{|x|}{2} > 1$ ряд расходится, на концах отрезка получаем:

$x = -2 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n$, расходится, так — как общий член ряда не стремится к нулю: $n \rightarrow +\infty$.

$x = 2 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} n$ расходится ($n \rightarrow +\infty$) $\Rightarrow$ областью сходимости исходного ряда будет $(-2; 2)$.

Ответ: $(-2; 2)$.