



Условие:

Исследовать сходимость ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(3n)!}.$$

Решение:

Воспользуемся признаком Даламбера:

имеем положительный ряд,

$$\begin{aligned} a_n = \frac{n!}{(3n)!} > 0, \quad \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} &= \frac{(n+1)!}{(3(n+1))!} \cdot \frac{(3n)!}{n!} = \frac{n!(n+1)}{(3n)!(3n+1)(3n+2)(3n+3)} \cdot \frac{(3n)!}{n!} = \\ &= \frac{n+1}{(3n+1)(3n+2)3(n+1)} = \frac{1}{3} \frac{1}{(3n+1)(3n+2)} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 0 < 1 \Rightarrow \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ по признаку Даламбера ряд сходится.

Ответ: сходится.