



Условие:

Исследовать сходимость ряда:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3}{4n+7} \right)^n.$$

Решение:

$$\text{Имеем } \frac{3}{4n+7} < \frac{1}{n}, n \geq 1, \Rightarrow \left(\frac{3}{4n+7} \right)^n < \left(\frac{1}{n} \right)^n \leq \frac{1}{n^2}, n \geq 2, \Rightarrow \left(\frac{3}{4n+7} \right)^n \leq \frac{1}{n^2}, n \geq 2,$$

но ряд $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2} < +\infty$ (сходится), \Rightarrow сходится и исходный ряд.

$$\left(\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3}{4n+7} \right)^n < 1 + \frac{3}{11} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2} < +\infty \right).$$

Ответ: сходится.