



Условие:

Задано бинарное отношение: $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{N} \wedge y : x\}$.

Найти: $\delta_R, \rho_R, R^1, R \circ R^{-1}, R \circ R$.

Решение:

$$R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{N} \wedge y : x\}.$$

Область определения $\delta_R = \mathbb{N} \ (\forall x \in \mathbb{N}, (x, 2x) \in R)$.

Область значений $\rho_R = \mathbb{N} \ (\forall y \in \mathbb{N}, (1, y) \in R)$.

$$R^{-1} = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{N} \wedge (y, x) \in R\} = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{N} \wedge x : y\}.$$

$$\begin{aligned} R \circ R^{-1} &= \{(x, y) \mid \exists z \in \mathbb{N}, (x, z) \in R^{-1} \wedge (z, y) \in R\} = \{(x, y) \mid \exists z \in \mathbb{N}, x : z \wedge y : z\} = \\ &= \mathbb{N} \times \mathbb{N}, \text{ так -- как при } z = 1 \Rightarrow x : z, y : z. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R \circ R &= \{(x, y) \mid \exists z \in \mathbb{N}, (x, z) \in R \wedge (z, y) \in R\} = \{(x, y) \mid \exists z \in \mathbb{N}, z : x \wedge y : z\} \Rightarrow y : x \Rightarrow \\ &\Rightarrow R \circ R = \{(x, y) \mid y : x\} = R \Rightarrow R \circ R = R. \end{aligned}$$