https://mathproblemsbank.net/
support@mathproblemsbank.net

Условие:

Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения:

$y'' + 4y' = 0.$

Решение:

$y'' + 4y' = 0$. Это линейное однородное уравнение 2-ого порядка, делаем замену:

$y'(x) = z(x) \Rightarrow\ y'' = z' \Rightarrow\ z' + 4z = 0 \Rightarrow \dfrac{dz}{dx} = -4z \Rightarrow \dfrac{dz}{z} = -4dx$, интегрируем $\Rightarrow \displaystyle\int \frac{dz}{z} = -4\int dx \Rightarrow$

$\Rightarrow \ln|z| = -4x + C_0 \Rightarrow |z| = e^{C_0} \cdot e^{-4x}\ \Rightarrow z = C_1 \cdot e^{-4x}$, где $C_1$ – произвольная постоянная.

$z = y' \Rightarrow \dfrac{dy}{dx} = C_1 \cdot e^{-4x} \Rightarrow dy = C_1 \cdot e^{-4x}dx, \displaystyle\int dy = C_1 \cdot \int e^{-4x}dx \Rightarrow y = -\frac{C_1}{4}e^{-4} + C_2,$

обозначим $C_3 = -\dfrac{C_1}{4} \Rightarrow$ получаем искомое общее решение исходного уравнения:

$\boxed{y = C_3e^{-4x} + C_2}$ где $C_2, C_3$ –произвольные постоянные.